

**Анкета учасника 1-го туру**  
Всеукраїнської олімпіади ДонНУЕТ  
імені Михайла Туган-Барановського 2019  
року  
**з МАТЕМАТИКИ**

Прізвище \_\_\_\_\_

Ім'я \_\_\_\_\_

По батькові \_\_\_\_\_

Місце проживання \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Назва та адреса \_\_\_\_\_

навчального закладу \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Номер телефону \_\_\_\_\_

E-mail \_\_\_\_\_

**Частина 1 (базовий рівень)**  
**(16 завдань, одна правильна відповідь на завдання)**

**Завдання 1-16 мають п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді. (Оцінка за завдання – 2 бали)**

1 Обчислити значення виразу :  $\frac{3^{-0,4} \cdot 9^{1,2}}{27^{\frac{1}{3}}}$  =

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>	<b>Д</b>
9	1/3	3	1/9	$3\sqrt{3}$

Відповідь: \_\_\_\_\_

2 Обчислити значення виразу  $\log_5 49 + 4\log_{25} \frac{5}{7}$

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>	<b>Д</b>
0	1	2	4	25

Відповідь: \_\_\_\_\_

3 На рисунку 1 зображено графік функції  $y=f(x)$ , яка визначена на відрізку  $[-2; 3]$ . Скільки всього цілих розв'язків має нерівність  $f(x) < -x$  на цьому відрізку?

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>	<b>Д</b>
1	2	3	4	0

Відповідь: \_\_\_\_\_

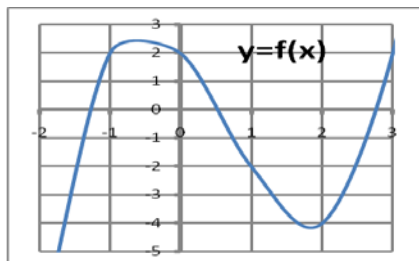


Рис.1

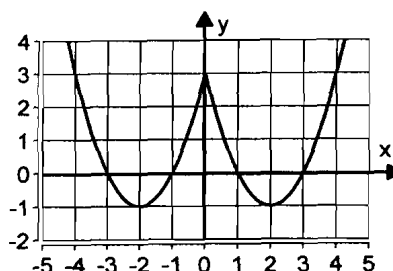


Рис. 2

4 На рисунку 2 зображено графік функції

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>	<b>Д</b>
$y = x^2 + 4 x  + 3;$	$y = x^2 - 4 x  + 3;$	$y =  x^2 - 4x + 3 ;$	$y =  x^2 - 4 x  + 3 ;$	$y = x^2 + 3 x  + 3;$

Відповідь: \_\_\_\_\_

5 У першій стопці 150 зошитів, із них 32% становлять зошити в клітинку, у другій стопці 210 зошитів, із них 20% становлять зошити в клітинку. Який відсоток становлять зошити в клітинку від загальної кількості зошитів?

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>	<b>Д</b>
52,0%	12,0%	16,0%	25,0%	28,75%

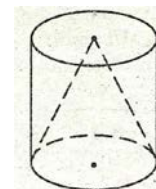
Відповідь: \_\_\_\_\_

6 Розв'язати рівняння  $5^{\sin x} - 5^{\sin x - 1} = \frac{4}{25}$ ;

А	Б	В	Г	Д
$(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k$	$(-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k$	$(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$	$(-1)^k \frac{\pi}{2} + \pi k$	$(-1)^k \frac{3\pi}{2} + \pi k$

Відповідь: \_\_\_\_\_

7 У циліндр вписаний конус (див. рисунок). Знайдіть об'єм конуса, якщо об'єм циліндра дорівнює  $300 \text{ см}^2$ .



А	Б	В	Г	Д
$50 \text{ см}^2$	$150 \text{ см}^2$	$300 \text{ см}^2$	$100 \text{ см}^2$	$200 \text{ см}^2$

Відповідь: \_\_\_\_\_

8. Встановити область значень  $y = (\sin x - \cos x)^2$

А	Б	В	Г	Д
$[0; 2]$	$[0; 1]$	$[0; 4]$	$[0; (1+\sqrt{3})^2/4]$	$[0; (1+\sqrt{2})^2/4]$

Відповідь: \_\_\_\_\_

9. Турист, піднімаючись на вершину гори заввишки 2500 м, дістався за першу годину відмітки 580 м, а за кожну наступну годину піднімався на висоту, на 40 м меншу, ніж за попередню. За який час турист сягне вершини гори, піднімаючись від її підніжжя?

А	Б	В	Г	Д
2 год.	3 год.	4 год.	5 год.	6 год.

Відповідь: \_\_\_\_\_

10. На відрізку  $x \in [\sqrt{11}; \sqrt{13}]$  вираз  $|2x - 6| - |x - 1| - |x - 5|$  тотожно дорівнює

А	Б	В	Г	Д
$2-2x$	$x-7$	$5-x$	$2x-10$	0

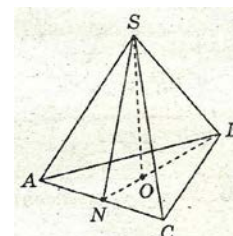
Відповідь: \_\_\_\_\_

11. Многочлен  $P(x)$  при діленні на  $(x-3)$  дає залишок 7, а при діленні на  $(x+2)$  дає залишок 2. Знайти остачу від ділення  $P(x)$  на  $(x-3)(x+2)$ .

А	Б	В	Г	Д
$-x+4$	$x+4$	14	$7x+2$	$x^2+4$

Відповідь: \_\_\_\_\_

12. Висота правильної трикутної піраміди  $SABC$  (див. рисунок) дорівнює  $2\sqrt{3}$ , а апофема – 4. Знайдіть градусну міру двогранного кута з ребром  $AC$ .



А	Б	В	Г	Д
$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$75^\circ$

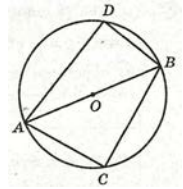
Відповідь: \_\_\_\_\_

13. Якщо пара чисел  $x$  і  $y$  - рішення системи  $\begin{cases} 17x + 16y = 50; \\ 39x + 42y = 120; \end{cases}$  то значення виразу  $x+y$  дорівнює

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

Відповідь: \_\_\_\_\_

14. Дано коло, діаметр якого  $AB$ ;  $\angle BAC = 45^\circ$ ;  $BC = \sqrt{2}$  (див. рисунок). Знайдіть  $DB$ , якщо  $\angle DAB = 30^\circ$ .



А	Б	В	Г	Д
2	4	1	1/2	$2\sqrt{3}$

Відповідь: \_\_\_\_\_

15. Рівняння дотичної до графіка функції  $y = tg 3x$  в точці з абсцисою  $x = \frac{\pi}{3}$  має вигляд

А	Б	В	Г	Д
$y = 3x - \pi$	$y = 3x + 3\pi$	$y = 3x$	$y = x - 3\pi$	$y = x - \pi$

Відповідь: \_\_\_\_\_

16. Нехай в урні знаходиться 5 білих куль, 3 – червоні і 4 – зелених. З урни навмання вийняли кулю. Яка імовірність того, що дана куля кольорова?

А	Б	В	Г	Д
7/12	5/7	12/35	5/12	3/5

Відповідь: \_\_\_\_\_

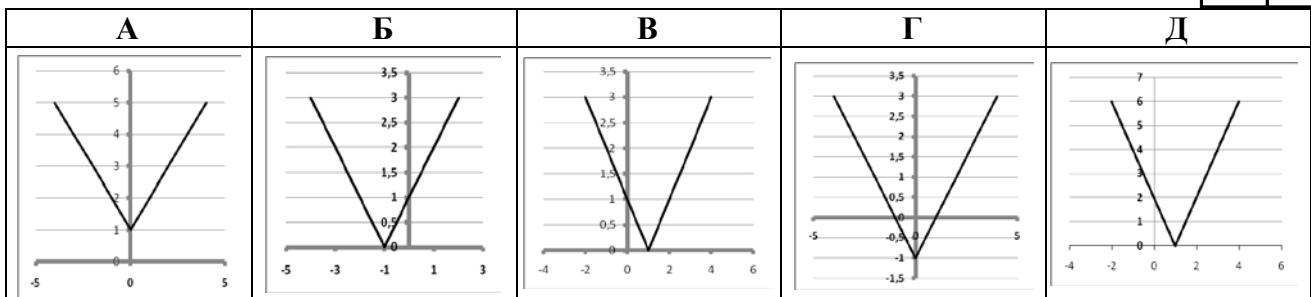
**Частина 2 (середній рівень)**  
(8 завдань, кілька правильних відповідей на завдання)

У завданнях 17-24 до кожного з чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. (Завдання на встановлення відповідності оцінюється в 0, 1, 2, 3 або 4 бали. Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 4 бали)

17. Установіть відповідність між функцією, заданою числом (1– 4) та її графіком (А – Д).

1.  $y = |x| + 1$ ;      2.  $y = |x| - 1$ ;      3.  $y = |x + 1|$ ;      4.  $y = |x - 1|$ ;

1	
2	
3	
4	



18. На рисунку 3 зображено графік функції  $y=f(x)$ , яка визначена на проміжку  $(-\infty; \infty)$ . Встановіть відповідність між функцією (1-4) та точкою перетину її графіка з віссю  $OX$  (А – Д).

1.  $y=f(x+1)$       А. (3;0)  
 2.  $y=f(x-1)$       Б. (6;0)  
 3.  $y=3 f(x)$       В. (0;0)  
 4.  $y=f(x)-1$       Г. (2;0)  
                                  Д. (1;0)

1	
2	
3	
4	

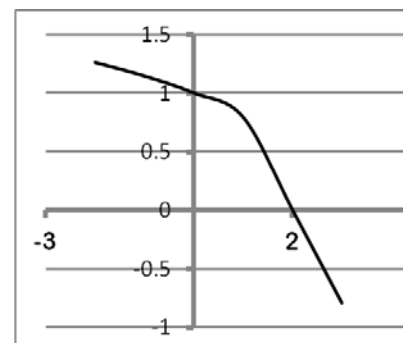
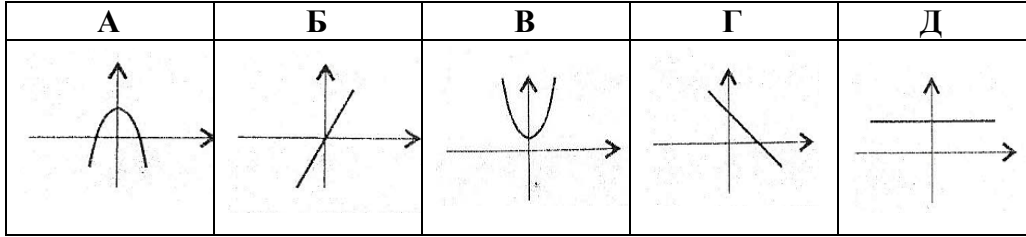


Рис. 3

19. Установіть відповідність між функцією, заданою числом (1– 4) та графіком її похідної (А – Д). 1.  $y = 2x - x^3$ ; 2.  $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x$ ; 3.  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ ; 4.  $y = 3x - 4$ ;



1	
2	
3	
4	

20. Установіть відповідність між виразом (1– 4) та його значенням (А – Д).

Вираз	Значення виразу
1 $(\sqrt{27} - \sqrt{48})\sqrt{3}$	<b>А -3</b>
2 $\frac{1}{\sqrt{5}}(5\sqrt{5} - \sqrt{20})$	<b>Б -6</b>
3 $(\sqrt{21} + \sqrt{15})(\sqrt{15} - \sqrt{21})$	<b>В 9</b>
4 $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 + 6\sqrt{3}$	<b>Г 6</b>
	<b>Д 3</b>

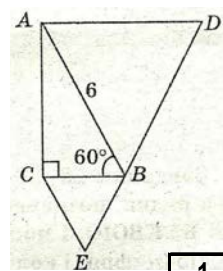
1	
2	
3	
4	

21. Установіть відповідність між нерівностями (1 – 4) та їхніми розв'язками (А – Д).

	Нерівність	Розв'язок
<b>1</b>	$\frac{1}{x} \leq -x$	<b>А</b> $(-\infty; -1] \cup (0; 1]$
<b>2</b>	$\frac{1}{x} \geq -x$	<b>Б</b> $(-\infty; 0)$
<b>3</b>	$\frac{1}{x} \leq x$	<b>В</b> $[-1; 0) \cup [1; +\infty)$
<b>4</b>	$\frac{1}{x} \geq x$	<b>Г</b> $[-1; 1]$
		<b>Д</b> $(0; +\infty)$

22. На рисунку зображено прямокутний трикутник ABC, гіпотенуза якого дорівнює 6, а гортенузі АВ побудовано рівносторонній трикутник ABD, а на катеті ВС - рівносторонній трикутник CBE. Встановіть відповідність між площами заданих фігур (1– 4) й число-значеннями (А – Д).

зображено прямокутний трикутник ABC, гіпотенуза якого дорівнює 6, а на катеті АВ побудовано рівносторонній трикутник ABD, а на катеті ВС - рівносторонній трикутник CBE.



1	
2	
3	
4	

Площа	Числове значення
1 Площа трикутника ABC	<b>А</b> $\frac{27\sqrt{3}}{2}$
2 Площа трикутника CBE	$\frac{2}{2}$
3 Площа фігури ADBC	<b>Б</b> $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
4 Площа трикутника ADC	<b>В</b> $\frac{9\sqrt{3}}{4}$
	<b>Г</b> $12\sqrt{3}$
	<b>Д</b> $9\sqrt{3}$

1	
2	
3	
4	

23. Установіть відповідність між формулою (1 – 4) та назвою графіка функції (А – Д).

Формула	Назва графіка
<b>1</b> $(x+3)^2 + (y-\sqrt{5})^2 = 16$ ;	<b>А</b> Пряма
<b>2</b> $y = x - 1 - 2x^2$ ;	<b>Б</b> Парабола
<b>3</b> $ x - 1  +  y + 2  = 2$ ;	<b>В</b> Гіпербола

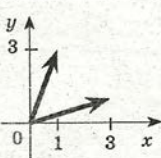
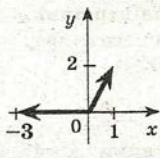
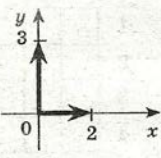
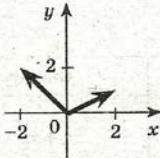
1	
2	
3	
4	

$$4 \quad y = \frac{x-1}{x+1};$$

Г Коло

Д Квадрат

24. Установіть відповідність між векторами, зображеними на рисунку (1– 4), та їхніми скалярними добутками (А – Д).

Вектор		Скалярний добуток векторів
1 	2 	А -3
3 	4 	Б -2
		В 3
		Г 0
		Д 6

1	
2	
3	
4	

### Частина 3 (високий рівень)

(6 завдань, завдання відкритої форми)

Розв'яжіть завдання 25-30. Одержані відповіді запишіть у вигляді цілого числа або десяткового дробу. (Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 6 балів)

25 У посудині було 20 л соляної кислоти. Частина кислоти відлили й посудину долили водою. Потім знову відлили стільки ж і знову долили водою. Скільки рідини відливали кожен раз, якщо в посудині виявився 49% розчин кислоти?

Відповідь: \_\_\_\_\_

26. Знайдіть кількість усіх цілих розв'язків нерівності  $3^{2x^2-x+1} - 4 \cdot 5^{2x^2-x-1} \geq 5^{2x^2-x} - 16 \cdot 3^{2x^2-x-1}$ . Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь: \_\_\_\_\_

27. Розв'язати систему рівнянь. 
$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}(2x+5)\right) = 1 + (y-5)^4; \\ 4\sin\left(\frac{\pi y}{2}\right) = 4x^2 + 4x + 5; \end{cases}$$
 Якщо система має єдиний розв'язок

$(x_0; y_0)$ , то у відповідь запишіть суму  $x_0 + y_0$ ; якщо система має більше, ніж один розв'язок, то у відповідь запишіть кількість усіх розв'язків.

Відповідь: \_\_\_\_\_

28. Бічне ребро правильної трикутної призми 2 м, сторона основи 3 м. Знайти діаметр описаної кулі.

Відповідь: \_\_\_\_\_

29. Обчислити площу фігури, яка обмежена лініями  $y = x^2 - 5x + 6$ ,  $y = -x + 3$ ;

Відповідь: \_\_\_\_\_

30. Знайти значення параметра  $a$ , при якому система  $\begin{cases} (a+1)x + 8y = 4a; \\ ax + (a+3)y = 3a - 1; \end{cases}$  має безліч розв'язків. У відповідь запишіть суму розв'язків.